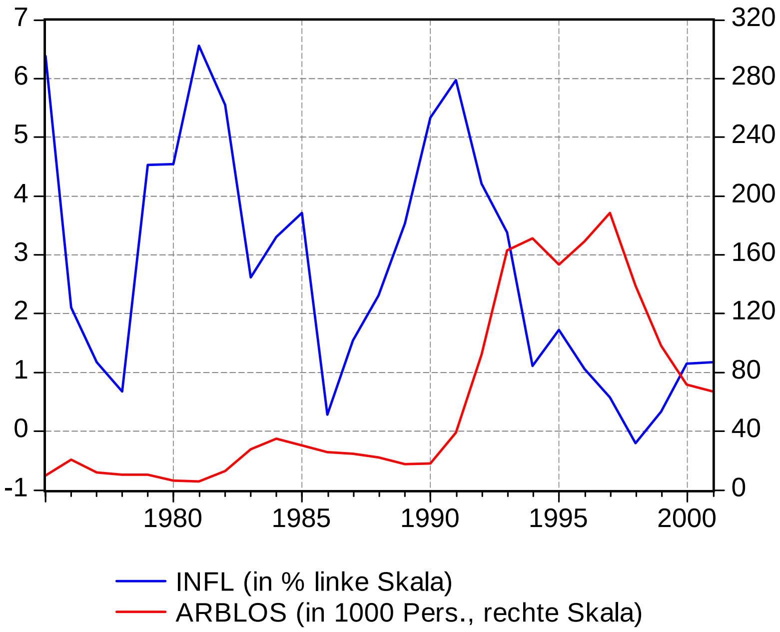
Beispiel für Varianzanalyse in multipler Regression mit zwei erklärenden Variablen

Hypothese: Die Inflation hängt positiv von der Inflation im Vorjahr und negativ von der Arbeitslosigkeit ab. Bei diesem Zusammenhang handelt es sich um die sogenannte *Phillips-Kurve*.

Daten (aus der Tabelle Konsum.xls):

Inflationsrate INFL berechnet als INFL = 100*(PKONS/PKONS(-1)-1)
Arbeitslosenzahl ARBLOS (in 1000 Personen)



Schätzperiode 1975 - 2001 (weil Arbeitslosenzahl vor 1975 praktisch = 0)

Schätzgleichung:

INFL = C(1) + C(2)*ARBLOS(-1) + C(3)*INFL(-1) + RES

Fragestellung Varianzanalyse:

1) Aufspaltung der Varianz in INFL (TSS) in einen erklärten Teil (ESS) und in einen unerklärten Rest (Summe der quadrierten Residuen RSS):
   TSS = ESS + RSS

2) Innerhalb ESS: Erklärungsbeiträge von ARBLOS(-1) und INFL(-1)

Vorgehen in Eviews:

"Pseudo-Regression" zur Berechnung von TSS:

INFL= C(1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.765290	0.394485	7.009876	0.0000

R-squared	0.000000	Mean dependent var	2.765290
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	2.049803
S.E. of regression	2.049803	Akaike info criterion	4.309698
Sum squared resid	109.2440	Schwarz criterion	4.357692
Log likelihood	-57.18093	Durbin-Watson stat	0.724624

⇨ TSS = 109.244

(a) Erklärung der Inflation mit der Arbeitslosenzahl des Vorjahres

INFL= C(1)+C(2)*ARBLOS(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	3.952468	0.434660	9.093237	0.0000
C(2)	-0.020328	0.005125	-3.966238	0.0005

R-squared	0.386218	Mean dependent var	2.765290
Adjusted R-squared	0.361666	S.D. dependent var	2.049803
S.E. of regression	1.637707	Akaike info criterion	3.895658
Sum squared resid	67.05207	Schwarz criterion	3.991646
Log likelihood	-50.59138	Durbin-Watson stat	1.041395

⇨ ESS_{ARBLOS} = 109.244 – 67.052 = 42.192

(b) Erklärung der Inflation mit der Inflation des Vorjahres

INFL= C(1)+C(3)*INFL(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.017817	0.484882	2.099101	0.0461
C(3)	0.565680	0.124020	4.561212	0.0001

R-squared	0.454204	Mean dependent var	2.765290
Adjusted R-squared	0.432372	S.D. dependent var	2.049803
S.E. of regression	1.544344	Akaike info criterion	3.778263
Sum squared resid	59.62496	Schwarz criterion	3.874251
Log likelihood	-49.00655	Durbin-Watson stat	1.486056

⇨ ESS_{INFL} = 109.244 – 59.625 = 49.619

(c) Erklärung der Inflation mit der Arbeitslosenzahl und der Inflation des Vorjahres

INFL= C(1)+C(2)*ARBLOS(-1)+C(3)*INFL(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.234119	0.668560	3.341686	0.0027
C(2)	-0.012404	0.005103	-2.430470	0.0229
C(3)	0.406442	0.130957	3.103632	0.0048

R-squared	0.562008	Mean dependent var	2.765290
Adjusted R-squared	0.525509	S.D. dependent var	2.049803
S.E. of regression	1.411973	Akaike info criterion	3.632292
Sum squared resid	47.84800	Schwarz criterion	3.776274
Log likelihood	-46.03594	Durbin-Watson stat	1.586869

⇨ ESS = 109.244 – 47.848 = 61.396

Varianzanalyse: Multiples, einfaches und partielles R^2

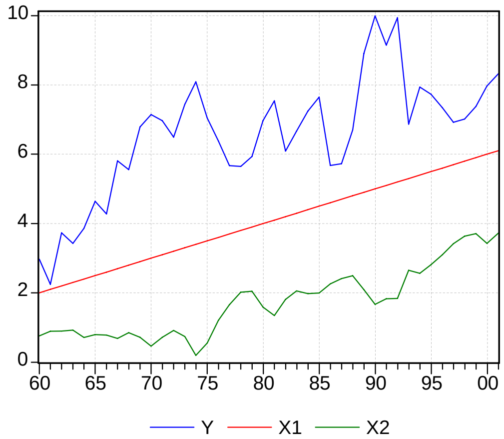
INFL	(a) **ARBLOS(-1)**		(b) **INFL(-1)**		(c) **ARBLOS(-1)+ INFL(-1)**		partieller Erklärungsbeitrag v. **INFL(-1)** = ESS(c)-ESS(a) = RSS(a)-RSS(c)	partieller Erklärungsbeitrag v. **ARBLOS(-1)** = ESS(c)-ESS(b) = RSS(b)-RSS(c)
TSS	ESS	RSS	ESS	RSS	ESS	RSS		
109.24	42.19	67.05	49.62	59.62	61.40	47.85	19.20	11.78
	einfaches R^2 = ESS/TSS = 1-RSS/TSS		einfaches R^2 = ESS/TSS = 1-RSS/TSS		multiples R^2 = ESS/TSS = 1-RSS/TSS		partielles R^2 = 1 - RSS(c)/RSS(a)	partielles R^2 = 1 - RSS(c)/RSS(b)
	0.386		0.454		0.562		0.286	0.198

(1 - multiples R^2)	=	(1 - einfaches R^2)	X	(1 - partielles R^2)	
1- 0.562		1- 0.386		1- 0.286	zuerst ARBLOS, dann INFL(-1)
0.438		0.614		0.714	
1- 0.562		1- 0.454		1- 0.198	zuerst INFL(-1), dann ARBLOS
0.438		0.546		0.802	

Ergebnis:

Die Inflation in Periode t ist etwas stärker von der Inflation in t-1 als von der Arbeitslosigkeit in t-1 geprägt. Das einfache R^2 ist grösser (0.454 vs. 0.386), und auch das partielle R^2 ist grösser (0.286 vs. 0.198).

Bemerkung zur einfacher und partieller Korrelation



Einfache und partielle Korrelation können unterschiedliche Vorzeichen haben.

Beispiel mit hypothetischen Daten

$R_{y\,x1}$ ist positiv
$R_{y\,x2}$ ist positiv
$R_{y\,x2.x1}$ ist negativ

Y hat ein TSS von 123.0146

Sample: 1960 2001
Y = C(1)+C(2)*X1

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.422624	0.650198	3.725977	0.0006
C(2)	**1.023418**	0.153802	6.654106	0.0000

R-squared	0.525375	Adjusted R-squared	0.513510
S.E. of regression	1.208157	Sum squared resid	58.38576
Durbin-Watson stat	0.667430	ESS =	64.62884

Sample: 1960 2001
Y = C(1)+C(3)*X2

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	5.375699	0.503227	10.68246	0.0000
C(3)	**0.686070**	0.251899	2.723593	0.0095

R-squared	0.156438	Adjusted R-squared	0.135349
S.E. of regression	1.610671	Sum squared resid	103.7705
Durbin-Watson stat	0.508466	ESS =	19.2441

Sample: 1960 2001
Y = C(1)+C(2)*X1+C(3)*X2

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.711284	0.391694	-1.815919	0.0771
C(2)	**2.874339**	0.165972	17.31826	0.0000
C(3)	**-2.511278**	0.203898	-12.31634	0.0000

R-squared	0.902931	Adjusted R-squared	0.897953
S.E. of regression	0.553334	Sum squared resid	11.94094
Durbin-Watson stat	1.411960	ESS =	111.07366

Kommentar

Regressiert man Y auf X2, so ergibt sich – weil beide Variablen trendmässig ansteigen – ein positiver Einfluss C(3). Der Erklärungkraft von X2 ist jedoch klein: Das TSS von Y beträgt 123.0146, davon wird von X2 nur ein ESS von 19.2441 erklärt.

Fügt man hingegen X2 in eine Regression ein, in der X1 bereits enthalten ist, so wird der trendmässige Anstieg von Y durch X1 aufgefangen und X2 übernimmt die Aufgabe, die kürzerfristigen Schwankungen von Y zu erklären. Da diese gegenläufig zu X2 sind, wird der Einfluss von X2 auf Y negativ. Der partielle Erklärungsbeitrag von X2 ist zudem viel grösser als in der einfachen Regression von Y auf X2, denn ESS steigt durch den Einbezug von X2 von 64.62884 auf 111.07366, also um 46.44482.

Mit anderen Worten eignet sich X2 allein - mit positivem Vorzeichen - nicht gut zur Erklärung von Y, zusammen mit X1 aber - mit negativem Vorzeichen - viel besser.